**Лабораторная работа 5**

**ТРАНСПОРТНАЯ ЗАДАЧА**

**Ход выполнения работы**

**Задание 1.** Решить транспортную задачу. Имеется 5 поставщиков продукции и 6 потребителей. Величина запасов, потребностей и стоимость затрат на перевозку продукции взять в соответствии с вариантом (*N*). Оформить отчет.

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| ПОТРЕБИТЕЛИ  ПОСТАВЩИКИ | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | ЗАПАСЫ |
| 1 | **N+12** | **N+2** | **N+6** | **N+3** | **N+11** | **N+1** | **168+N** |
| 2 | **N+10** | **N** | **N+8** | **N+5** | **N+7** | **N+13** | **113+N** |
| 3 | **N+1** | **N+5** | **N+11** | **N+8** | **N+2** | **N+11** | **150+N** |
| 4 | **N+4** | **N+10** | **N+10** | **N+3** | **N+13** | **N+2** | **159+N** |
| 5 | **N+3** | **N+11** | **N+9** | **N** | **N+10** | **N+4** | **100+N** |
| ПОТРЕБНОСТИ | **143+N** | **107+N** | **131+N** | **193+N** | **95+N** | **163+N** |  |

1. **Проверить, открытая задача или закрытая;**

Задача является открытой, так как суммарное количество потребности груза превышает запасы поставщиков

Запасы: 171+116+153+162+103=705

Потребители: 146+110+134+196+98+116=850

Чтобы получить закрытую модель, введем дополнительную (фиктивную) базу с запасом груза, равным 145 (850-705)

1. **Составить опорный план;**

Этапы:

1. Построение начального базисного решения: метод наименьшей стоимости (минимального элемента)
2. Итеративный процесс поиска оптимального решения (метод потенциалов).

**Решение**

**Вариант 3**

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| ПОТРЕБИТЕЛИ  ПОСТАВЩИКИ | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | ЗАПАСЫ |
| 1 | **15** | **5** | **9** | **6** | **14** | **4** | **171** |
| 2 | **13** | **3** | **11** | **8** | **10** | **16** | **116** |
| 3 | **4** | **8** | **14** | **11** | **5** | **14** | **153** |
| 4 | **7** | **13** | **13** | **6** | **16** | **5** | **162** |
| 5 | **6** | **14** | **12** | **3** | **13** | **7** | **103** |
| 6 | **0** | **0** | **0** | **0** | **0** | **0** | **145** |
| ПОТРЕБНОСТИ | **146** | **110** | **134** | **196** | **98** | **166** |  |

1. Выбор ячейки с наименьшим значением С2,2 = 3

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| ПОТРЕБИТЕЛИ  ПОСТАВЩИКИ | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | ЗАПАСЫ |
| 1 | **15** | **5** | **9** | **6** | **14** | **4** | **171** |
| 2 | **13** | **3** | **11** | **8** | **10** | **16** | **116** |
| 3 | **4** | **8** | **14** | **11** | **5** | **14** | **153** |
| 4 | **7** | **13** | **13** | **6** | **16** | **5** | **162** |
| 5 | **6** | **14** | **12** | **3** | **13** | **7** | **103** |
|  |  |  |  |  |  |  |  |
| ПОТРЕБНОСТИ | **146** | **110** | **134** | **196** | **98** | **166** |  |

1. Х2,2=min (110,116) = 110

Выбор ячейки с наименьшим значением С5,4 = 3

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| ПОТРЕБИТЕЛИ  ПОСТАВЩИКИ | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | ЗАПАСЫ |
| 1 | **15** | **5** | **9** | **6** | **14** | **4** | **171** |
| 2 | **13** | **3 | 110** | **11** | **8** | **10** | **16** | **6** |
| 3 | **4** | **8** | **14** | **11** | **5** | **14** | **153** |
| 4 | **7** | **13** | **13** | **6** | **16** | **5** | **162** |
| 5 | **6** | **14** | **12** | **3** | **13** | **7** | **103** |
|  |  |  |  |  |  |  |  |
| ПОТРЕБНОСТИ | **146** | **0** | **134** | **196** | **98** | **166** |  |

1. Х5,4=min (103,196) = 103

Выбор ячейки с наименьшим значением С1,6 = 4

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| ПОТРЕБИТЕЛИ  ПОСТАВЩИКИ | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | ЗАПАСЫ |
| 1 | **15** | **5** | **9** | **6** | **14** | **4** | **171** |
| 2 | **13** | **3 | 110** | **11** | **8** | **10** | **16** | **6** |
| 3 | **4** | **8** | **14** | **11** | **5** | **14** | **153** |
| 4 | **7** | **13** | **13** | **6** | **16** | **5** | **162** |
| 5 | **6** | **14** | **12** | **3|103** | **13** | **7** | **0** |
|  |  |  |  |  |  |  |  |
| ПОТРЕБНОСТИ | **146** | **0** | **134** | **93** | **98** | **166** |  |

1. Х1,6=min (171,166) = 166

Выбор ячейки с наименьшим значением С3,1 = 4

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| ПОТРЕБИТЕЛИ  ПОСТАВЩИКИ | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | ЗАПАСЫ |
| 1 | **15** | **5** | **9** | **6** | **14** | **4|166** | **5** |
| 2 | **13** | **3 | 110** | **11** | **8** | **10** | **16** | **6** |
| 3 | **4** | **8** | **14** | **11** | **5** | **14** | **153** |
| 4 | **7** | **13** | **13** | **6** | **16** | **5** | **162** |
| 5 | **6** | **14** | **12** | **3|103** | **13** | **7** | **0** |
|  |  |  |  |  |  |  |  |
| ПОТРЕБНОСТИ | **146** | **0** | **134** | **93** | **98** | **0** |  |

1. Х3,1=min (153,146) = 146

Выбор ячейки с наименьшим значением С3,5 = 5

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| ПОТРЕБИТЕЛИ  ПОСТАВЩИКИ | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | ЗАПАСЫ |
| 1 | **15** | **5** | **9** | **6** | **14** | **4|166** | **5** |
| 2 | **13** | **3 | 110** | **11** | **8** | **10** | **16** | **6** |
| 3 | **4|146** | **8** | **14** | **11** | **5** | **14** | **7** |
| 4 | **7** | **13** | **13** | **6** | **16** | **5** | **162** |
| 5 | **6** | **14** | **12** | **3|103** | **13** | **7** | **0** |
|  |  |  |  |  |  |  |  |
| ПОТРЕБНОСТИ | **0** | **0** | **134** | **93** | **98** | **0** |  |

1. Х3,5=min (7,98) = 7

Выбор ячейки с наименьшим значением С1,4 = 6

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| ПОТРЕБИТЕЛИ  ПОСТАВЩИКИ | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | ЗАПАСЫ |
| 1 | **15** | **5** | **9** | **6** | **14** | **4|166** | **5** |
| 2 | **13** | **3 | 110** | **11** | **8** | **10** | **16** | **6** |
| 3 | **4|146** | **8** | **14** | **11** | **5|7** | **14** | **0** |
| 4 | **7** | **13** | **13** | **6** | **16** | **5** | **162** |
| 5 | **6** | **14** | **12** | **3|103** | **13** | **7** | **0** |
|  |  |  |  |  |  |  |  |
| ПОТРЕБНОСТИ | **0** | **0** | **134** | **93** | **91** | **0** |  |

1. Х4,4=min (5,93) = 5

Выбор ячейки с наименьшим значением С4,4 = 6

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| ПОТРЕБИТЕЛИ  ПОСТАВЩИКИ | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | ЗАПАСЫ |
| 1 | **15** | **5** | **9** | **6|5** | **14** | **4|166** | **0** |
| 2 | **13** | **3 | 110** | **11** | **8** | **10** | **16** | **6** |
| 3 | **4|146** | **8** | **14** | **11** | **5|7** | **14** | **0** |
| 4 | **7** | **13** | **13** | **6** | **16** | **5** | **162** |
| 5 | **6** | **14** | **12** | **3|103** | **13** | **7** | **0** |
|  |  |  |  |  |  |  |  |
| ПОТРЕБНОСТИ | **0** | **0** | **134** | **88** | **91** | **0** |  |

1. Х1,3=min (162,88) = 88

Выбор ячейки с наименьшим значением С2,5 = 10

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| ПОТРЕБИТЕЛИ  ПОСТАВЩИКИ | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | ЗАПАСЫ |
| 1 | **15** | **5** | **9** | **6|5** | **14** | **4|166** | **0** |
| 2 | **13** | **3 | 110** | **11** | **8** | **10** | **16** | **6** |
| 3 | **4|146** | **8** | **14** | **11** | **5|7** | **14** | **0** |
| 4 | **7** | **13** | **13** | **6|88** | **16** | **5** | **74** |
| 5 | **6** | **14** | **12** | **3|103** | **13** | **7** | **0** |
|  |  |  |  |  |  |  |  |
| ПОТРЕБНОСТИ | **0** | **0** | **129** | **0** | **91** | **0** |  |

1. Х2,5=min (6,91) = 6

Выбор ячейки с наименьшим значением С4,3 = 13

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| ПОТРЕБИТЕЛИ  ПОСТАВЩИКИ | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | ЗАПАСЫ |
| 1 | **15** | **5** | **9** | **6|5** | **14** | **4|166** | **0** |
| 2 | **13** | **3 | 110** | **11** | **8** | **10|6** | **16** | **0** |
| 3 | **4|146** | **8** | **14** | **11** | **5|7** | **14** | **0** |
| 4 | **7** | **13** | **13** | **6|88** | **16** | **5** | **74** |
| 5 | **6** | **14** | **12** | **3|103** | **13** | **7** | **0** |
|  |  |  |  |  |  |  |  |
| ПОТРЕБНОСТИ | **0** | **0** | **129** | **0** | **85** | **0** |  |

1. Х4,3=min (69,129) = 69

Выбор ячейки с наименьшим значением

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| ПОТРЕБИТЕЛИ  ПОСТАВЩИКИ | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | ЗАПАСЫ |
| 1 | **15** | **5** | **9** | **6|5** | **14** | **4|166** | **0** |
| 2 | **13** | **3 | 110** | **11** | **8** | **10|6** | **16** | **0** |
| 3 | **4|146** | **8** | **14** | **11** | **5|7** | **14** | **0** |
| 4 | **7** | **13** | **13|74** | **6|88** | **16** | **5** | **0** |
| 5 | **6** | **14** | **12** | **3|103** | **13** | **7** | **0** |
| 6 | **0** | **0** | **0|60** |  | **0|85** | **0** | **145** |
| ПОТРЕБНОСТИ | **0** | **0** | **60** | **0** | **85** | **0** |  |

Должно быть m+n – 1 = 6+6-1=11 переменных

Заполнено: 11

Следовательно, опорный план является *невырожденным*.

Значение функции цели:

4\*146+3\*110+9\*5+13\*74+6\*5+6\*88+3\*103+10\*6+5\*7+4\*116 = 3502

1. **Применить метод потенциалов;**

Определяем потенциалы для всех базисных переменных

u1+v4=6; 0+v4=6; v4=6  
u4+v4=6; 6+u4=6; u4=0  
u4+v3=13; 0+v3=13; v3=13  
u6+v3=0; 13+u6=0; u6=-13  
u6+v5=0; -13+v5=0; v5=13  
u2+v5=10; 13+u2=10; u2=-3  
u2+v2=3; -3+v2=3; v2=6  
u3+v5=5; 13+u3=5; u3=-8  
u3+v1=4; -8+v1=4; v1=12  
u5+v4=3; 6+u5=3; u5=-3  
u1 + v6 = 4; 0 + v6 = 4; v6 = 4

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | v1=12 | v2=6 | v3=13 | v4=6 | v5=13 | v6=4 |
| u1=0 | 15 | 5 | 9 | 6[5] | 14 | 4[166] |
| u2=-3 | 13 | 3[110] | 11 | 8 | 10[6] | 16 |
| u3=-8 | 4[146] | 8 | 14 | 11 | 5[7] | 14 |
| u4=0 | 7 | 13 | 13[74] | 6[88] | 16 | 5 |
| u5=-3 | 6 | 14 | 12 | 3[103] | 13 | 7 |
| u6=-13 | 0 | 0 | 0[60] | 0 | 0[85] | 0 |

Опорный план не является оптимальным, так как существуют оценки свободных клеток, для которых

ui+vj>cij  
(1;2): 0+6 > 5; X12 = 0 + 6 - 5 = 1 > 0  
(1;3): 0 + 13 > 9; X13 = 0 + 13 - 9 = 4 > 0  
(4;1): 0 + 12 > 7; X41 = 0 + 12 - 7 = 5 > 0  
(5;1): -3 + 12 > 6; X51 = -3 + 12 - 6 = 3 > 0  
max(1,4,5,3) = 5  
Выбираем максимальную оценку свободной клетки (4;1): 7  
Для этого в перспективную клетку (4;1) поставим знак «+», а в остальных вершинах многоугольника чередующиеся знаки «-», «+», «-».

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| ПОТРЕБИТЕЛИ  ПОСТАВЩИКИ | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | Запасы |
| 1 | 15 | 5 | 9 | 6[5] | 14 | 4[166] | 171 |
| 2 | 13 | 3[110] | 11 | 8 | 10[6] | 16 | 116 |
| 3 | 4[146][-] | 8 | 14 | 11 | 5[7][+] | 14 | 153 |
| 4 | 7[+] | 13 | 13[74][-] | 6[88] | 16 | 5 | 162 |
| 5 | 6 | 14 | 12 | 3[103] | 13 | 7 | 103 |
| 6 | 0 | 0 | 0[60][+] | 0 | 0[85]-] | 0 | 145 |
| ПОТРЕБНОСТИ | 146 | 110 | 134 | 196 | 98 | 166 |  |

Цикл приведен в таблице (4,1 → 4,3 → 6,3 → 6,5 → 3,5 → 3,1).  
Из грузов хij стоящих в минусовых клетках, выбираем наименьшее, т.е. у = min (4, 3) = 74. Прибавляем 74 к объемам грузов, стоящих в плюсовых клетках и вычитаем 74 из Хij, стоящих в минусовых клетках. В результате получим новый опорный план.

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| ПОТРЕБИТЕЛИ  ПОСТАВЩИКИ | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | ЗАПАСЫ |
| 1 | **15** | **5** | **9** | **6|5** | **14** | **4|166** | **171** |
| 2 | **13** | **3 | 110** | **11** | **8** | **10|6** | **16** | **116** |
| 3 | **4|72** | **8** | **14** | **11** | **5|81** | **14** | **153** |
| 4 | **7|74** | **13** | **13** | **6|88** | **16** | **5** | **162** |
| 5 | **6** | **14** | **12** | **3|103** | **13** | **7** | **103** |
| 6 | **0** | **0** | **0|134** | **0** | **0|11** | **0** | **145** |
| ПОТРЕБНОСТИ | **0** | **0** | **60** | **0** | **85** | **0** |  |

Проверим оптимальность опорного плана. Найдем *предварительные потенциалы* ui, vj. по занятым клеткам таблицы, в которых ui + vj = cij, полагая, что u1 = 0.  
u1+v4=6; 0+v4=6; v4=6  
u4+v4=6; 6+u4=6; u4=0  
u4+v1=7; 0+v1=7; v1=7  
u3+v1=4; 7+u3=4; u3=-3  
u3+v5=5; -3+v5=5; v5=8  
u2+v5=10; 8+u2=10; u2=2  
u2+v2=3; 2+v2=3; v2=1  
u6+v5=0; 8+u6=0; u6=-8  
u6+v3=0; -8+v3=0; v3=8  
u5+v4=3; 6+u5=3; u5=-3  
u1 + v6 = 4; 0 + v6 = 4; v6 = 4

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | v1=7 | v2=1 | v3=8 | v4=6 | v5=8 | v6=4 |
| u1=0 | 15 | 5 | 9 | 6[5] | 14 | 4[166] |
| u2=2 | 13 | 3[110] | 11 | 8 | 10[6] | 16 |
| u3=-3 | 4[72] | 8 | 14 | 11 | 5[81] | 14 |
| u4=0 | 7[74] | 13 | 13 | 6[88] | 16 | 5 |
| u5=-3 | 6 | 14 | 12 | 3[103] | 13 | 7 |
| u6=-8 | 0 | 0 | 0[134] | 0 | 0[11] | 0 |

Опорный план является оптимальным, так все оценки свободных клеток удовлетворяют условию ui + vj ≤ cij.  
Минимальные затраты составят:

F(x) = 4\*72+7\*74+3\*110+6\*5+6\*88+3\*103+10\*6+5\*81+4\*166 = 3132